

Estudios matemáticos
Nivel medio
Prueba 2

Martes 14 de noviembre de 2017 (mañana)

1 hora 30 minutos

Instrucciones para los alumnos

- No abra esta prueba hasta que se lo autoricen.
- En esta prueba es necesario usar una calculadora de pantalla gráfica.
- Para esta prueba, se necesita una copia sin anotaciones del **cuadernillo de fórmulas de estudios matemáticos NM**.
- Conteste todas las preguntas en el cuadernillo de respuestas provisto.
- Salvo que se indique lo contrario en la pregunta, todas las respuestas numéricas deberán darse como valores exactos o con una aproximación de tres cifras significativas.
- La puntuación máxima para esta prueba de examen es **[90 puntos]**.

Conteste **todas** las preguntas en el cuadernillo de respuestas provisto. Empiece una página nueva para cada respuesta. Se recomienda que muestre todos los cálculos, siempre que sea posible. Cuando la respuesta sea incorrecta se otorgarán algunos puntos siempre que aparezca el método empleado y éste sea correcto. Para los resultados obtenidos con calculadora de pantalla gráfica, deberá reflejarse por escrito el proceso seguido hasta su obtención. Por ejemplo, cuando deba utilizar un gráfico de una calculadora de pantalla gráfica para hallar soluciones, deberá dibujar esas gráficas en su respuesta.

1. [Puntuación máxima: 15]

Un grupo de 800 estudiantes tuvieron que contestar a 40 preguntas de la categoría que cada uno eligiera, de entre Historia, Ciencias y Literatura.

Para cada estudiante se anotó la categoría elegida y el número de respuestas correctas N . Los resultados obtenidos se representan en la siguiente tabla.

| | | Número de respuestas correctas, N | | | | Número total de estudiantes |
|-----------------------------|------------|-------------------------------------|---------------------|---------------------|---------------------|-----------------------------|
| | | $1 \leq N \leq 10$ | $11 \leq N \leq 20$ | $21 \leq N \leq 30$ | $31 \leq N \leq 40$ | |
| Categoría | Historia | 46 | 80 | 68 | 39 | 233 |
| | Ciencias | 37 | 82 | 85 | 56 | 260 |
| | Literatura | 31 | 110 | 104 | 62 | 307 |
| Número total de estudiantes | | 114 | 272 | 257 | 157 | 800 |

(a) Indique si N es una variable discreta o continua. [1]

(b) Escriba, para N ,

(i) la clase modal;

(ii) el valor central del intervalo correspondiente a la clase modal. [2]

(c) Utilice la calculadora de pantalla gráfica para obtener una estimación de

(i) la media de N ;

(ii) la desviación típica de N . [3]

Con estos resultados se realiza una prueba de χ^2 a un nivel de significación del 5%. El valor crítico para esta prueba es 12,592.

(d) Halle el valor esperado correspondiente a elegir la categoría de Ciencias y obtener entre 31 y 40 respuestas correctas. [2]

(Esta pregunta continúa en la página siguiente)

(Pregunta 1: continuación)

- (e) Escriba
- (i) la hipótesis nula correspondiente a esta prueba;
 - (ii) el número de grados de libertad. [2]
- (f) Escriba
- (i) el valor del parámetro p correspondiente a esta prueba;
 - (ii) el estadístico χ^2 . [3]
- (g) Indique el resultado de la prueba. Dé una razón que justifique su respuesta. [2]

2. [Puntuación máxima: 15]

Rosa se apunta a un club donde se preparan para correr una maratón. Durante la primera sesión de entrenamiento Rosa corre una distancia de 3000 metros. En cada sesión de entrenamiento Rosa corre 400 metros más que en la anterior.

- (a) Escriba la distancia que corre Rosa
- (i) en la tercera sesión de entrenamiento;
 - (ii) en la n -ésima sesión de entrenamiento. [3]

Una maratón son 42,195 kilómetros.

En la k -ésima sesión de entrenamiento Rosa correrá por primera vez una distancia mayor que una maratón.

- (b) Halle el valor de k . [2]
- (c) Calcule la distancia total, en **kilómetros**, que habrá corrido Rosa en las 50 primeras sesiones de entrenamiento. [4]

Carlos se apunta al club para perder peso. El primer mes corre 7500 metros. La distancia que Carlos corre va aumentando un 20% cada **mes**.

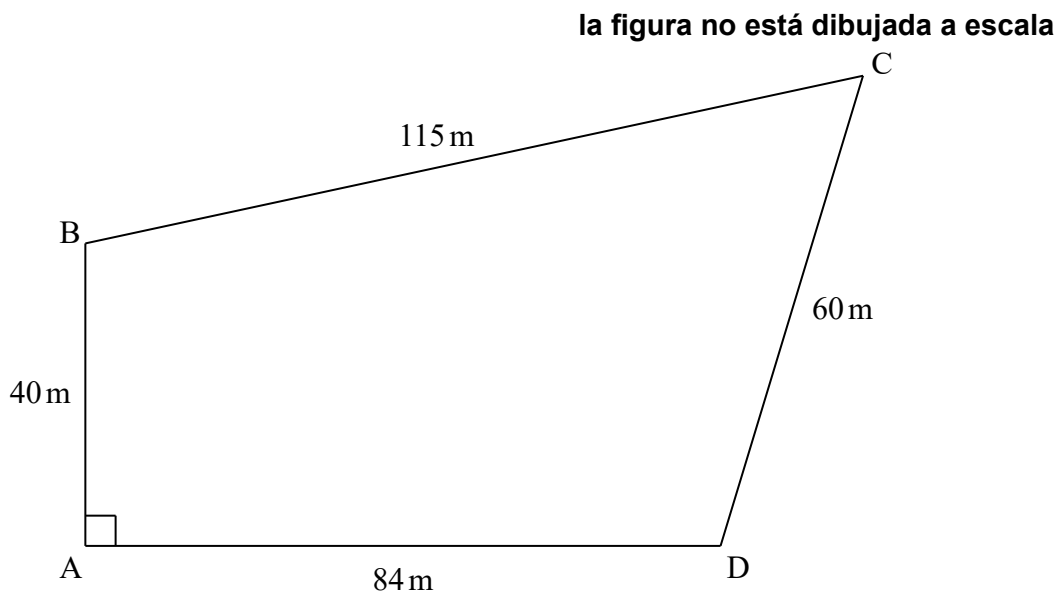
- (d) Halle la distancia que corre Carlos durante el quinto mes de entrenamiento. [3]
- (e) Calcule la distancia total que corre Carlos durante el primer año. [3]

3. [Puntuación máxima: 13]

Abdallah es el propietario de un terreno que está cerca del río Nilo y que tiene forma de cuadrilátero ABCD.

La longitud de los lados es $AB = 40\text{ m}$, $BC = 115\text{ m}$, $CD = 60\text{ m}$, $AD = 84\text{ m}$ y el ángulo $\hat{B}AD = 90^\circ$.

Esta información se muestra en el diagrama.



- (a) Muestre que $BD = 93\text{ m}$ redondeando al número entero de metros más próximo. [2]
- (b) Calcule el ángulo $\hat{B}CD$. [3]
- (c) Halle el área de ABCD. [4]

La fórmula que utilizaban los antiguos egipcios para estimar el área de un cuadrilátero ABCD era

$$\text{área} = \frac{(AB + CD)(AD + BC)}{4}.$$

Abdallah utiliza esta fórmula para estimar el área de su terreno.

- (d) (i) Calcule la estimación del área que obtiene Abdallah.
- (ii) Halle el porcentaje de error en la estimación de Abdallah. [4]

Véase al dorso

4. [Puntuación máxima: 17]

Una empresa realiza un experimento para evaluar la eficiencia de un líquido que se utiliza para detectar la alergia a los frutos secos.

En el experimento participan 60 personas y, de ellas, 26 son alérgicas a los frutos secos. De entre todos los participantes se escoge una persona al azar.

(a) Halle la probabilidad de que esta persona **no** sea alérgica a los frutos secos. [2]

De entre todos los participantes se escoge una segunda persona al azar.

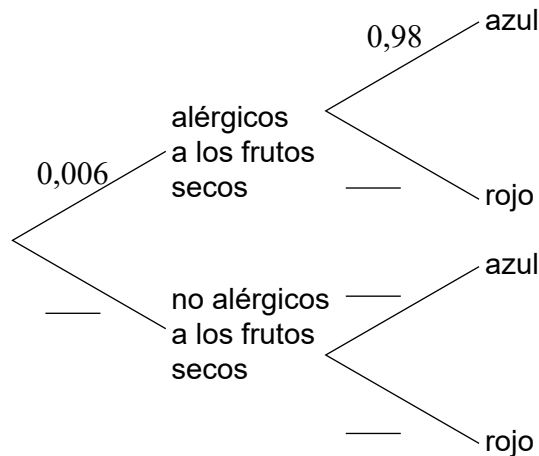
(b) Halle la probabilidad de que las dos personas escogidas **no** sean alérgicas a los frutos secos. [2]

Cuando se añade el líquido evaluado a una muestra de sangre de una persona, se supone que la muestra se vuelve de color azul si la persona es alérgica a los frutos secos o que se vuelve de color rojo si la persona no es alérgica a los frutos secos.

La empresa afirma que la probabilidad de que el resultado del análisis sea correcto es del 98 % para las personas que sí que son alérgicas a los frutos secos y del 95 % para las personas que no son alérgicas a los frutos secos.

Se sabe que 6 de cada 1000 adultos son alérgicos a los frutos secos.

Todos estos datos se pueden representar en un diagrama de árbol.



(c) **Copie** y complete el diagrama de árbol. [3]

(Esta pregunta continúa en la página siguiente)

(Pregunta 4: continuación)

Un adulto, que no formaba parte del grupo original de 60 participantes, es elegido al azar y se hace la prueba con este líquido.

- (d) Halle la probabilidad de que este adulto sea alérgico a los frutos secos y el líquido se vuelva de color azul. [2]
- (e) Halle la probabilidad de que el líquido se vuelva de color azul. [3]
- (f) Halle la probabilidad de que el adulto que se ha hecho la prueba sea alérgico a los frutos secos, sabiendo que el líquido se ha vuelto de color azul. [3]

El líquido se prueba en una oficina para identificar empleados que podrían ser alérgicos a los frutos secos. El líquido se ha vuelto azul en **38 empleados**.

- (g) Estime cuántos empleados, de estos 38, son alérgicos a los frutos secos. [2]

Véase al dorso

Página en blanco

5. [Puntuación máxima: 16]

Una función f viene dada por $f(x) = (2x + 2)(5 - x^2)$.

(a) Halle el valor **exacto** de cada uno de los ceros de f . [3]

(b) (i) Desarrolle la expresión de $f(x)$.

(ii) Halle $f'(x)$. [4]

(c) Utilice la respuesta dada en el apartado (b)(ii) para hallar aquellos valores de x para los cuales f es creciente. [3]

(d) **Dibuje con precisión** el gráfico de f para $-3 \leq x \leq 3$ y $-40 \leq y \leq 20$. Utilice una escala de 2 cm para representar 1 unidad en el eje x y 1 cm para representar 5 unidades en el eje y . [4]

El gráfico de la función $g(x) = 5^x + 6x - 6$ corta al gráfico de f .

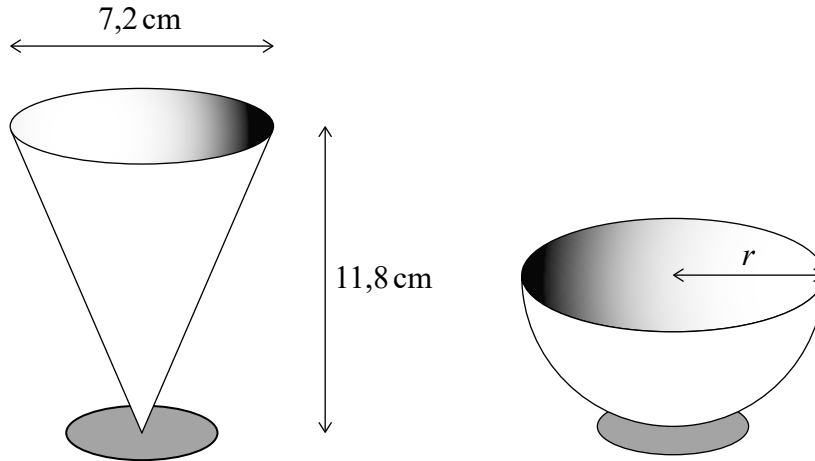
(e) Escriba las coordenadas del punto de intersección. [2]

Véase al dorso

6. [Puntuación máxima: 14]

Un restaurante sirve los postres en copas que tienen forma de cono o forma de semiesfera. Las copas con forma de cono tienen un diámetro de 7,2 cm y una altura de 11,8 cm, tal y como se muestra en la figura.

la figura no está dibujada a escala



- (a) Muestre que el volumen de una copa con forma de cono es igual a 160 cm^3 , redondeando a 3 cifras significativas. [2]

El volumen de una copa con forma de semiesfera es igual a 225 cm^3 .

- (b) Calcule el radio, r , de una de estas copas con forma de semiesfera. [3]

El restaurante ofrece dos tipos de postre.

El **postre normal** es una copa con forma de semiesfera completamente llena de mousse de chocolate. El costo, para el restaurante, del mousse de chocolate para un postre normal es \$1,89.

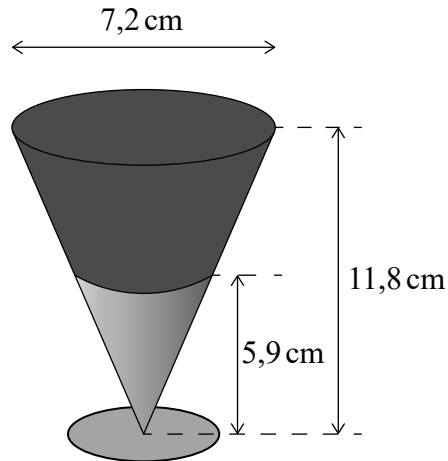
- (c) Halle el costo de 100 cm^3 de mousse de chocolate. [2]

(Esta pregunta continúa en la página siguiente)

(Pregunta 6: continuación)

El **postre especial** es una copa con forma de cono que se rellena con dos ingredientes. Primero se rellena de pasta de naranja hasta la mitad de la altura y luego, el volumen restante se rellena de mousse de chocolate.

la figura no está dibujada a escala



(d) Muestre que en cada postre especial hay 20 cm^3 de pasta de naranja. [2]

El costo, para el restaurante, de 100 cm^3 de pasta de naranja es \$7,42.

(e) Halle el costo total de los ingredientes que se utilizan en un postre especial. [2]

El chef del restaurante prepara 50 postres; x postres normales e y postres especiales. El costo de los ingredientes para los 50 postres es igual a \$111,44.

(f) Halle el valor de x . [3]